

Übungsblatt Nr. 2 zur Theorie F (Statistische Physik)

- 1** Für das **ideale Gas** sei bekannt: $U = \frac{f}{2}NkT$, $pV = NkT$.

a) Berechnen Sie daraus die Entropie

$$S(U, V, N) = S_0 \frac{N}{N_0} + Nk \left[\frac{f}{2} \ln \left(\frac{U}{U_0} \right) + \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) - \frac{f+2}{2} \ln \left(\frac{N}{N_0} \right) \right]$$

S_0, U_0, V_0, N_0 sind Integrationskonstanten. *Hinweis:* Zeigen Sie zunächst, daß $ds = \frac{1}{T} du + \frac{p}{T} dv$, mit den Dichten $s = S/N, u = U/N, v = V/N$.

b) Begründen Sie: Das ideale Gas verletzt den 3. Hauptsatz.

2 Thermodynamische Antwortfunktionen:

Ein magnetisches System sei durch die Zustandsgrößen S, T , Magnetisierung M und äußeres Magnetfeld B bestimmt. Von experimentellem Interesse sind die Antwortfunktionen

$$c_M = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_M, \quad c_B = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_B, \quad \chi_S = \left(\frac{\partial M}{\partial B} \right)_S, \quad \chi_T = \left(\frac{\partial M}{\partial B} \right)_T, \quad \alpha_B = \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_B$$

a) Zeigen Sie, daß gilt: $\frac{c_B}{c_M} = \frac{\chi_T}{\chi_S}$. *Hinweis:* Betrachten Sie $B = B(T, S)$ und $M = M(T, S)$ für Zustandsänderungen mit $dB = 0$ oder $dM = 0$.

b) Zeigen Sie die Relation $c_B - c_M = T \frac{\alpha_B^2}{\chi_T}$. *Hinweis:* Betrachten Sie $S = S(T, M)$, $M = M(T, B)$, sowie die Maxwell-Relation, die aus der Freien Energie $dF = -SdT + BdM$ gewonnen werden kann.

3 Variation mit Nebenbedingungen: Lagrange-Multiplikator:

a) Bestimmen Sie das Minimum E_0 des Energiefunktionals $E[|\Psi\rangle] = \langle \Psi | H | \Psi \rangle$ unter der Nebenbedingung $\langle \Psi | \Psi \rangle = 1$, mit dem Hamiltonoperator H , $H|\alpha\rangle = E_\alpha|\alpha\rangle$.

b) Ein Seil der Länge $L > d$ mit homogener Massendichte $\rho = M/L$ ist an zwei Punkten im Abstand d an der x -Achse befestigt. Die Lage des Seils in der x - z -Ebene wird durch die Funktion $z(x)$, $-d/2 < x < d/2$ beschrieben.

Bestimmen Sie die Gleichgewichtslage $\tilde{z}(x)$ des Seils im Schwerfeld g .

— Besprechung in den Übungsgruppen am Dienstag, 04.05.04 —