Universität Karlsruhe
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Prof. Dr. Peter Wölfle, Dr. Jan Brinckmann
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre
janbri@tkm.uni-karlsruhe.de / Physikhochh. Zi. 10.13

SS 2004

05.05.04

Übungsblatt Nr. 3 zur Theorie F (Statistische Physik)

1 Fluktuationen und thermodynamischer Limes:
Betrachten Sie nacheinander die mikrokanonische Gesamtheit (unabhängige Variablen U, N, V), die kanonische (T, N, V) und die großkanonische (T, μ, V) eines beliebigen Gases.

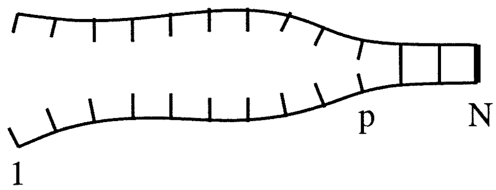
a) Drücken Sie jeweils die Schwankungsquadrate $\langle(\Delta E)^2\rangle = \langle E^2\rangle - (\langle E\rangle)^2$, $\langle(\Delta N)^2\rangle = \langle N^2\rangle - (\langle N\rangle)^2$ durch Ableitungen von U , N aus.

b) Begründen Sie anhand der Schwankungen $\langle(\Delta e)^2\rangle$ und $\langle(\Delta n)^2\rangle$ der Dichten $e = E/V$, $n = N/V$: Im Limes $V \to \infty$ sind die Gesamtheiten äquivalent.

2 Reissverschlußmodell eines DNS-Moleküls:
Die Mikrozustände eines doppelstrangigen Polymers sind wie folgt festgelegt:

(i) Die beiden Stränge können an den Stellen $1, 2, \ldots, N$ Bindungen eingehen. Eine geschlossene Bindung hat die Energie $\varepsilon_0 = 0$, eine geöffnete $\varepsilon \neq 0$.

(ii) Die p-te Bindung kann nur geöffnet werden, wenn $1, 2, \ldots, p-1$ bereits offen sind. Die N-te kann nicht geöffnet werden.



a) Das Molekül befindet sich im Kontakt mit einem Wärmebad (Temperatur T). Bestimmen Sie die kanonische Zustandssumme.

b) Berechnen Sie die mittlere Zahl $\langle n\rangle$ offener Bindungen als Funktion von $x = e^{-\beta\varepsilon}$.

c) Was folgt für den Anteil $\langle n\rangle/N$ offener Bindungen im Limes $N \to \infty$?

3 Gibbssches Paradoxon:
Ein thermisch isolierter Behälter ist durch eine fixierte, isolierende Trennwand in zwei Teile $1, 2$ unterteilt. Beide Teile enthalten ideale Gase mit N_i Teilchen bei Druck p_i , Temperatur T_i , $i = 1, 2$.

a) Die Trennwand sei nun verschiebbar und wärmedurchlässig.
Berechnen Sie Temperatur T und Druck p im Endzustand.

b) Die Trennwand wird nun ganz entfernt. Berechnen Sie die Änderung ΔS der Gesamtentropie, falls die Gase (i) verschieden sind $m_1 \neq m_2$, (ii) identisch sind $m_1 = m_2$.
Hinweis: Für das ideale Gas mit Masse m folgt aus Blatt 2, Aufg. 1a:
$$S(T, V, N) = Nk\left[\ln(V) + \frac{3}{2}\Big(1 + \ln(2\pi mkT/h^2)\Big)\right].$$
Wo liegt der Widerspruch?

c) Zeigen Sie, daß mit der "korrigierten" Entropie $\widetilde{S}(T, V, N) = S(T, V, N) - k\ln(N!)$ der Widerspruch verschwindet. *Hinweis:* Stirling-Formel.

— Besprechung in den Übungsgruppen am Dienstag, 11.05.04 —