

Übungsblatt Nr. 12 zur Theorie F (Statistische Physik)

1 Gas harter Kugeln in einer Dimension:

N harte Kugeln der Masse m mit Radius r können sich auf der x -Achse im Intervall $[-r, L+r]$ frei bewegen, aber nicht durchdringen. Die Hamiltonfunktion lautet also

$$\mathcal{H}(\{p_i, x_i\}) = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2m} + V(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad , \quad V(\{x_i\}) = \begin{cases} \infty & \text{falls } \exists i, j \text{ mit } |x_i - x_j| \leq 2r \\ \infty & \text{falls } \exists i \text{ mit } x_i < 0 \text{ oder } x_i > L \\ & \text{(Begrenzung durch "Volumen")} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Die x_i bezeichnen die Kugelmittelpunkte. Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme im klassischen Grenzfall, die freie Energie $F(T, L, N)$ und den "Druck" $p = -\left(\frac{\partial F}{\partial L}\right)_{T, N}$.
 Wie lautet die Zustandsgleichung?

2 Phasenübergang 1. Ordnung:

In einem ferroelektrischen Kristall entsteht unterhalb einer Übergangstemperatur T_c eine spontane Verzerrung γ der Einheitszelle, verbunden mit einem Dipolmoment \mathbf{P} . Das Landau-Funktional für die Ordnungsparameter $\eta = |\mathbf{P}|^2$ und γ lautet

$$F(\eta, \gamma) = a(T - T_0)\eta + b\eta^2 + c\eta^3 + d\gamma\eta + \frac{g}{2}\gamma^2 \quad , \quad a, b, c, d, g > 0 \quad , \quad \tilde{b} = \left(\frac{d^2}{2g} - b\right) > 0$$

Bestimmen Sie den Gleichgewichtswert $\gamma = \gamma(\eta)$ und damit das Funktional $F(\eta)$.

Skizzieren Sie den Verlauf von $F(\eta)$ für verschiedene Temperaturen T , und berechnen Sie T_c . Wie verlaufen $\eta(T)$ und $\gamma(T)$ in der Nähe von T_c ?

Bestimmen Sie die latente Wärme $Q_l = T \Delta S$ des Phasenübergangs.

3 Thermodynamische Ähnlichkeit:

Man betrachte ein Gas aus N Teilchen in einem Volumen V mit einer Teilchen-Teilchen-Wechselwirkung der Form $u(\mathbf{r}) = \varepsilon u^*(\mathbf{r}/a_0)$. \mathbf{r} ist der Verbindungsvektor zweier Teilchen, u^* ist dimensionslos, ε bezeichnet eine typische Energie und a_0 die Reichweite des Potentials (das Lennard-Jones-Potential z.B. ist von dieser Form).

Zeigen Sie über die kanonische Zustandssumme im klassischen Grenzfall, daß der Druck (also die Zustandsgleichung) in Skalenform geschrieben werden kann,

$$p^* = p^*(T^*, V^*, N) \quad \text{mit} \quad p^* = p \frac{(a_0)^3}{\varepsilon} \quad , \quad T^* = \frac{kT}{\varepsilon} \quad , \quad V^* = \frac{V}{(a_0)^3}$$

$p^*(T^*, V^*, N)$ braucht nicht explizit berechnet werden.

— Besprechung in den Übungsgruppen am Dienstag, 13.07.04 —

Klausur: Freitag, 16.7.04, 16:30-18:30 Uhr, Gerthsen HS