

Übungsblatt Nr. 4 zur Theorie F (Statistische Physik)

1 Stirlingformel: $N! = \sqrt{2\pi N} (N/e)^N \left(1 + \frac{1}{12N} \dots\right)$.

Zeigen Sie, dass der Vorfaktor $\sqrt{2\pi N}$ für die Berechnung der freien Energie eines idealen Gases keine Rolle spielt, obwohl er gegen unendlich strebt.

2 Entartungstemperatur eines idealen Gases.

In der freien Energie tritt die thermische de Broglie Wellenlänge $\lambda_{\text{dB}} = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mk_{\text{B}}T)}$ in der Kombination $\lambda_{\text{dB}}^{-3} V/N$ auf.

- Welche physikalische Bedeutung hat λ_{dB} ? (Hinweis: De Broglie-Wellenlänge für Materie)
- Was drückt die Größe $\lambda_{\text{dB}}^{-3} V/N$ aus?
- Schätzen Sie die Entartungstemperatur T_e ab, für die $\lambda_{\text{dB}}^{-3} V/N = 1$ wird:
 - Elektronen im Festkörper (z.B. Aluminium $N/V \approx 2 \cdot 10^{23} \text{cm}^{-3}$).
 - Helium Gas (Dichte bei Normalbedingungen).

3 (Bohr-) van Leeuwen Theorem

Die klassische Hamiltonfunktion eines geladenen Teilchen im Magnetfeld lautet

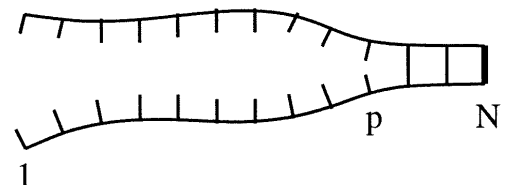
$$H = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2m} \left(\vec{p}_j - q\vec{A}(\vec{r}_j) \right)^2 + V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) \quad (1)$$

Zeigen Sie, dass die klassische, kanonische Zustandssumme unabhängig vom Magnetfeld ist, d.h. das System zeigt im Rahmen der klassischen Physik keinerlei magnetische Eigenschaften. (Hinweis: Substitution im Integral)

4 Reißverschlussmodell eines DNS-Moleküls:

Die Mikrozustände eines doppelsträngigen Polymers sind wie folgt festgelegt:

- Die beiden Stränge können an den Stellen $1, 2, \dots, N$ Bindungen eingehen. Eine geschlossene Bindung hat die Energie $\varepsilon_0 = 0$, eine geöffnete $\varepsilon \neq 0$.
- Die p -te Bindung kann nur geöffnet werden, wenn $1, 2, \dots, p-1$ bereits offen sind. Die N -te kann nicht geöffnet werden.



- Das Molekül befindet sich im Kontakt mit einem Wärmebad (Temperatur T). Bestimmen Sie die kanonische Zustandssumme.
- Berechnen Sie die mittlere Zahl $\langle n \rangle$ offener Bindungen als Funktion von $x = e^{-\beta\varepsilon}$.
- Was folgt für den Anteil $\langle n \rangle/N$ offener Bindungen im Limes $N \rightarrow \infty$?