UNIVERSITÄT KARLSRUHE SS 2005
INSTITUT FÜR THEORIE DER KONDENSIERTEN MATERIE
Prof. Dr. Ralph v. Baltz, Dr. Peter Schmitteckert **24.05.05**
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre peter@tkm.uni-karlsruhe.de / Physikhochhaus Zi. 10.17

Übungsblatt Nr. 7 zur Theorie F (Statistische Physik)

1 Identische Teilchen

Gegeben ist ein System aus zwei freien Spin-$\frac{1}{2}$ Teilchen in Impulseigenzuständen $k_1 \neq k_2$ in einer Dimension $d = 1$.

a) Verschiedene Teilchen:

• Wie lauten die mögliche Zustände?

• Geben Sie die Eigenzustände des Gesamtspinoperators zum Gesamtspin $S = 0, 1$ (Singlett- und Triplett- Zustände) an.

b) Identische Teilchen:

• Welche Zustände hat das System?

• Drücken Sie Ortsteil der Zustände durch Schwerpunkt x und Relativkoodinate $\xi = x_2 - x_1$ aus.

c) Skizzieren Sie die Ortswahrscheinlichkeitsdichte $|\Psi(X, \xi)|^2$ aus b) als Funktion der Relativkoordinate ξ.

2 Zustandsdichte für nicht-relativistische Teilchen

Berechnen Sie die Einteilchenzustandsdichte

$$D(\varepsilon) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int \delta(\varepsilon - \varepsilon(\vec{k}))\mathrm{d}^d\vec{k}$$

für nicht-relativistische Teilchen mit $\varepsilon(\vec{k}) = \hbar^2\vec{k}^2/(2m)$ in $d = 1, 2, 3$ Dimensionen.

3 Ideale Bose & Fermi Gase

Ideale Bose (B) und Fermi (F) Gase können (nach Vorlesung) durch folgende Relationen

$$\begin{aligned}
K_{B/F} &= \pm V k_\mathrm{B} T(2s+1) \int_0^\infty D(\varepsilon) \ln\left[1 \mp \mathrm{e}^{-\beta(\varepsilon-\mu)}\right] \mathrm{d}\varepsilon \\
N_{B/F} &= V(2s+1) \int_0^\infty D(\varepsilon) \frac{1}{\mathrm{e}^{\beta(\varepsilon-\mu)} \mp 1} \mathrm{d}\varepsilon \\
E_{B/F} &= V(2s+1) \int_0^\infty D(\varepsilon) \frac{\varepsilon}{\mathrm{e}^{\beta(\varepsilon-\mu)} \mp 1} \mathrm{d}\varepsilon
\end{aligned}$$

beschrieben werden. Berechnen Sie die Entropie im Grenzfall $T \to \infty$ für

a) das ideale Bose Gas,

b) das ideale Fermi Gas.

c) Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem für ideale Gase in der Thermodynamik.

Hinweis:

$$\int_0^\infty x^n \mathrm{e}^{-x} \mathrm{d}x = \Gamma(n+1) \qquad \Gamma(n+1) = n! \ \forall\, n \in \mathbb{Z} \qquad \Gamma(1/2) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

— Besprechung in den Übungsgruppen am Dienstag, 31.05.05 —