1. Übung zu Theorie F: Statistische Physik
Universität Karlsruhe SS 2006

Prof. Dr. Gerd Schön— Priv.Doz. Dr. Matthias Eschrig

www-tfp.physik.uni-karlsruhe.de/Lehre/
Präsentation: Dienstag, 09.05.2006 in den Übungen

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Äquivalenz von Kelvin-Skala und ideales-Gas-Temperaturskala:

Zeigen Sie, dass die Kelvinsche Temperaturskala mit der Temperaturskala, die durch ein ideales Gas definiert wird, übereinstimmt.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Volumenabhängigkeit der innere Energie:

a) Zeigen Sie, dass für ein Van-der-Waals-Gas die Beziehung

$$\left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T = \frac{a}{V^2} \tag{1}$$

gilt. Schreiben Sie dazu das vollständige Differential von $S(U,V)$ auf, und führen eine Variablentransformation von (U,V) nach (T,V) durch. Werten Sie sodann die Bedingung dafür, dass $dS(T,V)$ ein vollständiges Differential ist, aus. (6 Punkte)

b) Benutzen Sie das Ergebnis aus a), um zu zeigen, dass die Wärmekapazität bei konstantem Volumen, C_V, unabhängig vom Volumen ist: $C_V(T,V) \equiv C_V(T)$. (2 Punkte)

c) Zeigen Sie, dass für ein ideales Gas die innere Energie (als Funktion von Temperatur und Volumen) unabhängig vom Volumen ist: $U(T,V) \equiv U(T)$. (1 Punkt)

d) Interpretieren Sie die beiden Terme im vollständigen Differential der Inneren Energie (als Funktion von Temperatur und Volumen), indem Sie die Ergebnisse von idealem Gas und Van-der-Waals-Gas vergleichen. (1 Punkt)

Aufgabe 3 (12 Punkte)

Thermodynamische Potentiale:

a) Berechnen Sie für ein ideales Gas mit temperaturunabhängigem C_V die innere Energie als Funktion von S, V und N. (Nutzen Sie aus, daß U, S und V extensive Größen sind.)
Ergebnis:

$$U(S,V,N) \quad = \quad U_0 \cdot \frac{N}{N_0} \cdot \left(\frac{N V_0}{V N_0} \right)^{\frac{C_P}{C_V}-1} \cdot \exp\left\{ \frac{N}{C_V} \left(\frac{S}{N} - \frac{S_0}{N_0} \right) \right\} \; .$$

Berechnen Sie daraus $S(U,V,N)$. (5 Punkte)

b) Berechnen Sie aus $U(S,V,N)$ die Helmholtzsche freie Energie $F(T,V,N)$. (3 Punkte)

c) Berechnen Sie aus $F(T,V,N)$ durch partielles Differenzieren die Größen P, S und μ als Funktionen von (T,V,N). Zeigen Sie explizit, dass die Euler-Gleichung $S \cdot T - P \cdot V + \mu \cdot N = U$ erfüllt ist. (4 Punkte)