

Übungsblatt Nr. 1 zur Theorie F (Statistische Physik)

1 Maxwell-Relationen:

Die Funktion $f(x, y)$ besitze das totale Differential $df = u(x, y) dx + v(x, y) dy$.

Zeigen Sie, daß gilt: $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_y$. (f ist beliebig oft stetig differenzierbar.)

2 Ideales Gas:

Für ein ideales Gas aus N Teilchen (Molekülen) mit f Freiheitsgraden pro Molekül lauten die Zustandsgleichungen

$$U = \frac{f}{2} NkT, \quad pV = NkT$$

Betrachten Sie eine adiabatische Zustandsänderung bei konstanter Teilchenzahl, und zeigen Sie über den 1. Hauptsatz, daß gilt:

$$pV^{(f+2)/f} = \text{const.}, \quad VT^{f/2} = \text{const.}$$

3 Entropie des idealen Gases:

Es ist bekannt, daß $U = \frac{f}{2} NkT$, $pV = NkT$, außerdem gilt $TS = U + pV - \mu N$.

a) Berechnen Sie daraus die Entropie

$$S(U, V, N) = S_0 \frac{N}{N_0} + Nk \left[\frac{f}{2} \ln \left(\frac{U}{U_0} \right) + \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) - \frac{f+2}{2} \ln \left(\frac{N}{N_0} \right) \right]$$

S_0, U_0, V_0, N_0 sind Integrationskonstanten. *Hinweis:* Zeigen Sie zunächst, daß $ds = \frac{1}{T} du + \frac{p}{T} dv$, mit den Dichten $s = S/N, u = U/N, v = V/N$.

b) Begründen Sie: Das ideale Gas verletzt den 3. Hauptsatz.

4 Thermodynamische Antwortfunktionen:

Ein magnetisches System sei durch die Zustandsgrößen S, T , Magnetisierung M und äußeres Magnetfeld B bestimmt. Von experimentellem Interesse sind die Antwortfunktionen

$$c_M = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_M, \quad c_B = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_B, \quad \chi_S = \left(\frac{\partial M}{\partial B} \right)_S, \quad \chi_T = \left(\frac{\partial M}{\partial B} \right)_T, \quad \alpha_B = \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_B$$

a) Zeigen Sie, daß gilt: $\frac{c_B}{c_M} = \frac{\chi_T}{\chi_S}$. *Hinweis:* Betrachten Sie $B = B(T, S)$ und $M = M(T, S)$ für Zustandsänderungen mit $dB = 0$ oder $dM = 0$.

b) Zeigen Sie die Relation $c_B - c_M = T \frac{\alpha_B^2}{\chi_T}$. *Hinweis:* Betrachten Sie $S = S(T, M)$, $M = M(T, B)$, sowie die Maxwell-Relation, die aus der Freien Energie F mit $dF = -S dT + B dM$ gewonnen werden kann.