Universität Karlsruhe
Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Übungen zur Theoretischen Physik F SS 08

Prof. Dr. P. Wölfle
Dr. M. Greiter

Blatt 1
Besprechung 22.04.08

---

1. Maxwell-Relationen (1 Punkt)

Die beliebig oft stetig differenzierbare Funktion $f(x,y)$ besitze das totale Differential $\mathrm{d}f = u(x,y)\,\mathrm{d}x + v(x,y)\,\mathrm{d}y$.

Zeigen Sie:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_y .$$

2. Ideales Gas (2 Punkte)

Für ein ideales Gas aus N Teilchen (Molekülen) mit f Freiheitsgraden pro Molekül lauten die Zustandsgleichungen

$$U = \frac{f}{2}NkT, \quad pV = NkT.$$

Betrachten Sie eine *adiabatische* Zustandsänderung bei konstanter Teilchenzahl, und zeigen Sie über den 1. Hauptsatz, dass gilt:

$$pV^{(f+2)/f} = \text{const.}, \quad VT^{f/2} = \text{const.}$$

3. Entropie des idealen Gases (3 Punkte)

Für ein ideales Gas gilt:

$$U = \frac{f}{2}NkT, \quad pV = NkT, \quad \text{und} \quad TS = U + pV - \mu N.$$

(a) Berechnen Sie daraus die Entropie

$$S(U,V,N) = S_0\frac{N}{N_0} + Nk\left[\frac{f}{2}\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) + \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) - \frac{f+2}{2}\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)\right]$$

wobei S_0, U_0, V_0, N_0 Integrationskonstanten sind. (2 Punkte)

Hinweis: Zeigen Sie zunächst:

$$\mathrm{d}s = \frac{1}{T}\,\mathrm{d}u + \frac{p}{T}\,\mathrm{d}v \quad \text{mit} \quad s = S/N, u = U/N, v = V/N.$$

(b) Warum verletzt das ideale Gas den 3. Hauptsatz? (1 Punkt)

4. Thermodynamische Antwortfunktionen (4 Punkte)

Ein magnetisches System sei durch die Zustandsgrößen S, T, Magnetisierung M und äußeres Magnetfeld B bestimmt. Von experimentellem Interesse sind die Antwortfunktionen

$$c_M = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_M, c_B = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_B, \chi_S = \left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_S, \chi_T = \left(\frac{\partial M}{\partial B}\right)_T, \alpha_B = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B.$$

(a) Zeigen Sie:

$$\frac{c_B}{c_M} = \frac{\chi_T}{\chi_S}.$$

Hinweis: Betrachten Sie $B = B(T, S)$ und $M = M(T, S)$ für Zustandsänderungen mit $\mathrm{d}B = 0$ oder $\mathrm{d}M = 0$.

(b) Zeigen Sie:

$$c_B - c_M = T\frac{\alpha_B^2}{\chi_T}.$$

Hinweis: Betrachten Sie $S = S(T, M)$, $M = M(T, B)$, sowie die Maxwell-Relation, die aus der Freien Energie F mit $\mathrm{d}F = -S\,\mathrm{d}T + B\,\mathrm{d}M$ gewonnen werden kann.

(je 2 Punkte)