

Übungen zur Theoretischen Physik F SS 09

PROF. DR. A. SHNIRMAN
DR. S. RACHEL

Blatt 12
Besprechung 14.7.2009

1. Phasenübergang 2. Ordnung:

(5 + 5 = 10 Punkte)

Für ein Heisenberg-Modell für N Spins der Länge S lässt sich über ein Näherungsverfahren das freie Energiefunktional für den Ordnungsparameter $\overline{m}$ herleiten,

$$F(\overline{m}) = N \left[\frac{1}{2} z J (\overline{m})^2 - k_B T \ln(Z_1) \right]$$

wobei sich Z_1 schreiben lässt als

$$Z_1 = \sum_{m=-S}^S \exp \left(\frac{z J \overline{m}}{k_B T} m \right) = \frac{\sinh \left(\frac{z J}{k_B T} \overline{m} \frac{2S+1}{2} \right)}{\sinh \left(\frac{z J}{k_B T} \overline{m} \frac{1}{2} \right)}.$$

z ist die Koordinationszahl des Gitters, J die Wechselwirkungsenergie.

- (a) In der Nähe des Phasenübergangs ist $\overline{m} \simeq 0$. Zeigen Sie durch Reihenentwicklung bis zur Ordnung $\sim \overline{m}^4$, daß man für $T \simeq T_N$ ein Landau-Funktional erhält,

$$F(\overline{m}) = N z J \left[\frac{1}{2} \frac{T - T_N}{T_N} (\overline{m})^2 + \frac{1}{4} b (\overline{m})^4 - \frac{S(S+1)}{3} \ln(2S+1) \right]$$

und bestimmen Sie die Konstanten T_N und b .

- (b) Skizzieren Sie $F(\overline{m})$ für $T > T_N$ und $T < T_N$, und berechnen Sie $\overline{m}(T)$.

2. Phasenübergang 1. Ordnung:

(2 + 5 + 3 = 10 Punkte)

In einem ferroelektrischen Kristall entsteht unterhalb einer Übergangstemperatur T_c eine spontane Verzerrung γ der Einheitszelle, verbunden mit einem Dipolmoment $\mathbf{P}$. Das Landau-Funktional für die beiden Ordnungsparameter $\eta = |\mathbf{P}|^2$ und γ lautet

$$F(\eta, \gamma) = a(T - T_0)\eta + b\eta^2 + c\eta^3 + d\gamma\eta + \frac{g}{2}\gamma^2$$

wobei $T_0, a, b, c, d, g > 0$, $\tilde{b} = (\frac{d^2}{2g} - b) > 0$.

- (a) Bestimmen Sie den Gleichgewichtswert $\gamma = \gamma(\eta)$ und damit das Funktional $F(\eta)$. Skizzieren Sie den Verlauf von $F(\eta)$ für verschiedene Temperaturen T , und begründen Sie, daß ein Phasenübergang 1. Ordnung auftreten kann.
- (b) Berechnen Sie die kritische Temperatur T_c , bei der dieser Übergang stattfindet. Bestimmen Sie näherungsweise $\eta(T)$ und $\gamma(T)$ in der Nähe von T_c .
- (c) Berechnen Sie die Entropie

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{T_0, a, b, \dots}$$

für T unmittelbar oberhalb bzw. unterhalb T_c . Bestimmen Sie die latente Wärme $Q_l = T \Delta S$ des Phasenübergangs.

Die Klausur findet am Montag, 20. Juli, im Gerthsen-Hörsaal von 15:45 bis 17:45 statt. Die Klausur wird am Dienstag in den Tutorien vorgerechnet, wenn alles gut läuft werden da auch die Klausuren und Scheine zurückgegeben. Hilfsmittel für die Klausur sind nicht zugelassen. Sie benötigen also nichts außer einem Stift. Vergessen Sie Ihren Studentenausweis nicht!