

Übungen zur Theoretischen Physik F SS 14**Prof. Dr. Jörg Schmalian**
Dr. Peter Orth, Dr. Una Karahasanovic**Blatt 11**
Besprechung 4.07.2014**1. Langevin-Gleichung**

(15 + 15 + 20 = 50 Punkte, schriftlich)

Die Langevin-Gleichung beschreibt die Bewegung eines Teilchens, welches einer fluktuierenden Kraft $\zeta(t)$ ausgesetzt ist:

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{\gamma}{m}v(t) = \frac{1}{m}\zeta(t). \quad (1)$$

γ bezeichnet die Dämpfungskonstante, und die Korrelationen sind gegeben durch $\langle \zeta(t) \rangle = 0$, and $\langle \zeta(t)\zeta(t') \rangle = g\delta(t - t')$.

- Lösen Sie die Langevin-Gleichung für $v(t)$.
- Verwenden Sie das Ergebnis aus a), um $x(t)$ zu bestimmen ($v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$).
- Verwenden Sie die Ergebnisse aus a) and b) um die Korrelationsfunktion $\langle x(t)v(t) \rangle$ zu bestimmen (nehmen Sie dabei nicht an, dass das System im Gleichgewicht ist, sondern berechnen Sie den Korrelator im Allgemeinen). Was erhält man für $\langle x(t)v(t) \rangle$ im Gleichgewicht?

2. Langevin-Gleichung: LRC-Schwingkreis

(15 + 15 + 20 = 50 Punkte, mündlich)

Wir betrachten einen stromgetriebenen LRC-Schwingkreis. Das Gleichgewicht der Ströme führt zur Bewegungsgleichung

$$C\ddot{V} + \frac{\dot{V}}{R} + \frac{V}{L} - \dot{I}_0 = \delta\dot{I}.$$

wobei $I = V/R - \delta I$ der Strom durch den Widerstand ist; δI beschreibt Nyquist-Rauschen, d.h. es gilt

$$\langle \delta I(t)\delta I(t') \rangle = \frac{2k_B T}{R}\delta(t - t').$$

- Bestimmen Sie die Impedanz $Z(\omega) = V(\omega)/I(\omega)$ durch Fouriertransformation der Bewegungsgleichung.
- Bestimmen Sie $\langle \delta V(\omega)\delta V(\omega') \rangle$.
- Berechnen und skizzieren Sie die Korrelationen des Spannungsrauschens $\langle \delta V(t)\delta V(t') \rangle$ im Fall $(2RC)^2 > LC$.

Hinweis: Im letzten Teil der Aufgabe kann es hilfreich sein, einige Integrale mit den Methoden der komplexen Konturintegration zu berechnen. Der Residuensatz sagt aus, dass

$$\oint_C f(z)dz = 2\pi i \sum_j \text{Res}(f, a_j) \quad (2)$$

Dabei bezeichnet $\text{Res}(f, a_j)$ das Residuum der Funktion f an der Stelle a_j , und die Summe läuft über alle Singularitäten a_j von f , die von der Kontur C eingeschlossen werden.