

Moderne Theoretische Physik III (Theorie F – Statistische Mechanik) SS 17Prof. Dr. Alexander Mirlin
PD Dr. Igor Gornyi, Janina Klier**Blatt 5**
Besprechung: 26.05.2017**1. Entropie des Boltzmann-Gases:** (8+6=14 Punkte)

Betrachten Sie ein System von N nichtwechselwirkenden ununterscheidbaren Teilchen (ohne interne Freiheitsgrade) im dreidimensionalen Raum (Volumen V). Nehmen Sie an, dass die Gesamtenergie E des Gases erhalten bleibt.

- (a) Ausgehend von der mikrokanonischen Gleichgewichtsverteilung leiten Sie die Entropie $S(U, V, N)$ des idealen Gases im klassischen Limes her.
- (b) Aus $S(U, V, N)$ finden Sie die Temperatur, den Druck und das chemische Potential.

2. Harmonischer Oszillator: (8+8=16 Punkte)

- (a) Betrachten Sie den eindimensionalen harmonischen Oszillator mit der klassischen Hamilton-Funktion

$$\mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2}.$$

Ausgehend vom kanonischen Zustandsintegral,

$$Z = \int \frac{dqdp}{2\pi\hbar} e^{-\beta\mathcal{H}},$$

berechnen Sie (i) die freie Energie, (ii) die Entropie, (iii) die innere Energie und (iv) die spezifische Wärme als Funktionen der Temperatur.

- (b) Wiederholen Sie die unter (a) durchgeführten Berechnungen für den quantenmechanischen Fall,

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right)$$

indem Sie von der kanonischen Zustandssumme

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta E_n},$$

ausgehen. Diskutieren Sie die innere Energie und die spezifische Wärme für hohe und tiefe Temperaturen.

3. Schwankungen im großkanonischen Ensemble: (10 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Relation für die Kleinheit der Energie- und Teilchenschwankungen im großkanonischen Ensemble:

$$\frac{\sqrt{\langle(\Delta E)^2\rangle}}{\langle E \rangle} \propto \frac{\sqrt{\langle(\Delta N)^2\rangle}}{\langle N \rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{N}} \rightarrow 0.$$

Hinweis: analog zum Beweis für Energieschwankungen im kanonischen Ensemble aus der Vorlesung können Sie hier $\langle(\Delta N)^2\rangle$ auch als eine Ableitung eines entsprechenden Mittelwertes darstellen.