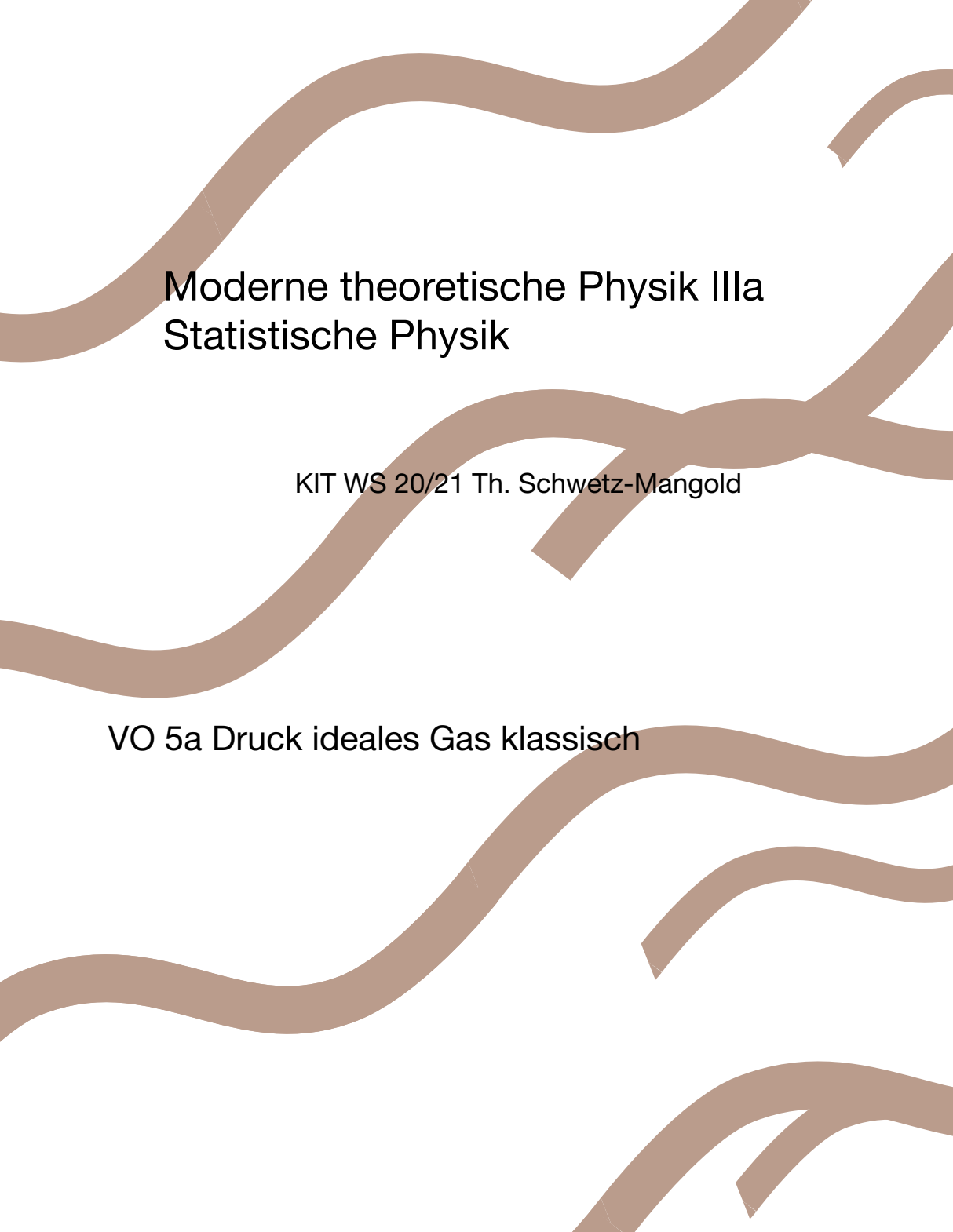




Moderne theoretische Physik IIIa Statistische Physik

KIT WS 20/21 Th. Schwetz-Mangold

VO 5a Druck ideales Gas klassisch

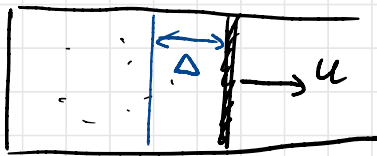
Druck des idealen Gases: klassische Rechnung

Gas $\hat{=}$ N punktförmige Teilchen d. Masse m
kin. Energie pro Teilchen $E = \frac{m}{2} \vec{v}^2$

mittlere kin. Energie pro T.: $\bar{E} = \frac{m}{2} \overline{v^2}$

$$\bar{E} = \frac{m}{2} (\overline{v_1^2} + \overline{v_2^2} + \overline{v_3^2}) = \frac{3}{2} m \overline{v_1^2} \quad \text{jede Richtung gleichwertig}$$

$$\text{Def.: } \overline{v} \equiv \sqrt{\overline{v_1^2}}, \quad \overline{\vec{v}} = 0!$$



$$V = L_1 L_2 L_3$$

$$A = L_2 L_3$$

$$\underbrace{\quad}_{L_1} \quad \quad \quad SL = u \Delta t$$

Teilchenstöße am Kolben: z.B. Galilei-Trf.
in Ruhesyst. d. Kolben

$$(v_1, v_2, v_3) \rightarrow (-(v_1 - 2u), v_2, v_3)$$

Energie-Änderung 1 Teilchen, 1 Stoß:

$$\Delta E = -2m v_1 u + 2m u^2$$

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{u} = \frac{\Delta}{\overline{v}} \Rightarrow \Delta = \frac{\overline{v}}{u} \Delta L$$

$\Delta \cdot A$... Volumen, von dem aus Teilchen
in Zeit Δt am Kolben streuen

Änderung d. Gesamtenergie $E = N \bar{E}$

$$\Delta E = \Delta \cdot A \cdot \frac{N}{V} \cdot \frac{1}{2} \overline{\delta E} \quad \rightarrow -2m(\bar{v}u - u^2)$$

↑
Teilchendichte

↖ nur die Hälfte d.
Teilchen hat $v_x > 0$

$$\Delta \cdot A = \frac{\bar{v}}{u} A \Delta L = \frac{\bar{v}}{u} \Delta V$$

$$\Delta E = N \frac{\Delta V}{V} \cdot \frac{1}{2} \frac{\bar{v}}{u} (-2m\bar{v}u + 2mu^2)$$

$$= -mN \frac{\Delta V}{V} (\bar{v}^2 + \bar{v}u)$$

$$= -\frac{2}{3} \frac{E}{V} \Delta V \left(1 + \frac{u}{\bar{v}}\right) (*)$$

$$\begin{cases} \bar{E} = \frac{m\bar{v}^2}{2} \\ E = N\bar{E} \end{cases}$$

quasistatische: $u \ll \bar{v}$

$$\Rightarrow \boxed{dE = -\frac{2}{3} \frac{E}{V} dV}$$

↘
p

stimmt mit QM
überein, s. VO-04!

nicht-quasistatische Korrektur:

Bsp. oszillierenden Kolben:

$$L_1 = L_0 + D \sin(\omega t) \quad D \ll L_0$$

$$u = \frac{dL_1}{dt} = D\omega \cos(\omega t) \quad u \sim D\omega \ll \bar{v}$$

$$(*) \quad \frac{dE}{E} = \underbrace{-\frac{2}{3} \frac{dL_1}{L_1}}_{\text{rev.}} + \underbrace{\frac{2}{3} \frac{u}{\bar{v}} \frac{dL_1}{L_1}}_{\text{irreversibel}}$$

integriere von $t=0 \rightarrow t = \frac{2\pi}{\omega}$ (1 Periode):

$$\ln\left(\frac{E\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)}{E(0)}\right) = \underbrace{-\frac{2}{3} \ln\left(\frac{L_1\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)}{L_1(0)}\right)}_0 + \frac{2}{3\bar{v}} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} dt \frac{u(t)^2}{L_1(t)} \\ \downarrow \\ \approx L_0 + \mathcal{O}\left(\frac{D}{L_0}\right)$$

$$\Delta E_{\text{irr}} = E\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) - E(0) \ll E(0)$$

$$\ln\left(1 + \frac{\Delta E_{\text{irr}}}{E}\right) \approx \frac{\Delta E_{\text{irr}}}{E} \approx \frac{2D^2\omega^2}{3\bar{v}L_0} \underbrace{\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} dt \cos^2 \omega t}_{\pi/\omega}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E_{\text{irr}}}{E} \approx \frac{2\pi}{3} \underbrace{\frac{D\omega}{\omega}}_{\ll 1} \underbrace{\frac{D}{L_0}}_{\ll 1}$$

-) Kolben wieder in Ausgangsposition ($\Delta Y = 0$)
aber $\Delta E \neq 0 \Rightarrow$ Arbeit wird in
Wärme umgewandelt $\Rightarrow$ irreversibel!

kin. Energie Übertrag Kolben $\rightarrow$ Gasatome
Übertrag nur in ϑ_1 -Richtung wird durch
Mittelung gleichmäßig auf alle 3
Raumrichtungen aufgeteilt (Stöße!)
 $\uparrow$
real Gas

$$\bullet) \frac{1}{E} \frac{dE_{\text{irr}}}{dt} = \frac{2}{3} \frac{u}{\bar{v}} \frac{1}{L_1} \frac{dL_1}{dt} \approx \frac{2}{3} \frac{u^2}{\bar{v} L_0} > 0$$

immer positiv $\Rightarrow$ Syst. wird Wärme
zugeführt, u. abh. v. d. Bewegungsrichtung

-) allg.: $dW \geq dW_{\text{qs}}$ s. später

•) Bsp. für $a \rightarrow b$ mit $V_a = V_b$, $\Delta E > 0$
 2 Möglichkeiten f. diese Zustandsänderung:

a) Kolbenoszillation + therm. Isolierung

b) $V = \text{const.}$ und Wärmezufuhr

Endzust. gleich, aber Weg $a \rightarrow b$ verschied.

$\Rightarrow dW, dQ$ keine exakten Differentiale

-) QM: nicht-quasistat.: Übergängen

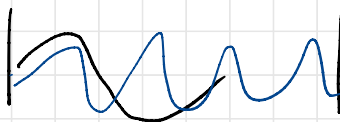
$$|\psi_n\rangle \leftrightarrow |\psi_{n'}\rangle$$

durch zeitabh. $\hat{H} \Rightarrow p_n$ ändern sich

zusätzlich zu $E_n(V)$

Übergänge $\propto \left(\frac{dL}{dx}\right)^2 \sim u^2 \Rightarrow$ immer positiv!

$\nwarrow$ Energieänderung



Wellenfkt. kann "Änderung nicht folgen" $\rightarrow$ springt in Überlagerung v. anderen Eigenzust.

-) Bezeichnung „adiabatisch“

-) in stat. Phys.: thermische Isolierung, kein Wärmeübertrag, $dQ = 0$
-) in QM: adiabatisch $\hat{=}$ quasistatisch !